

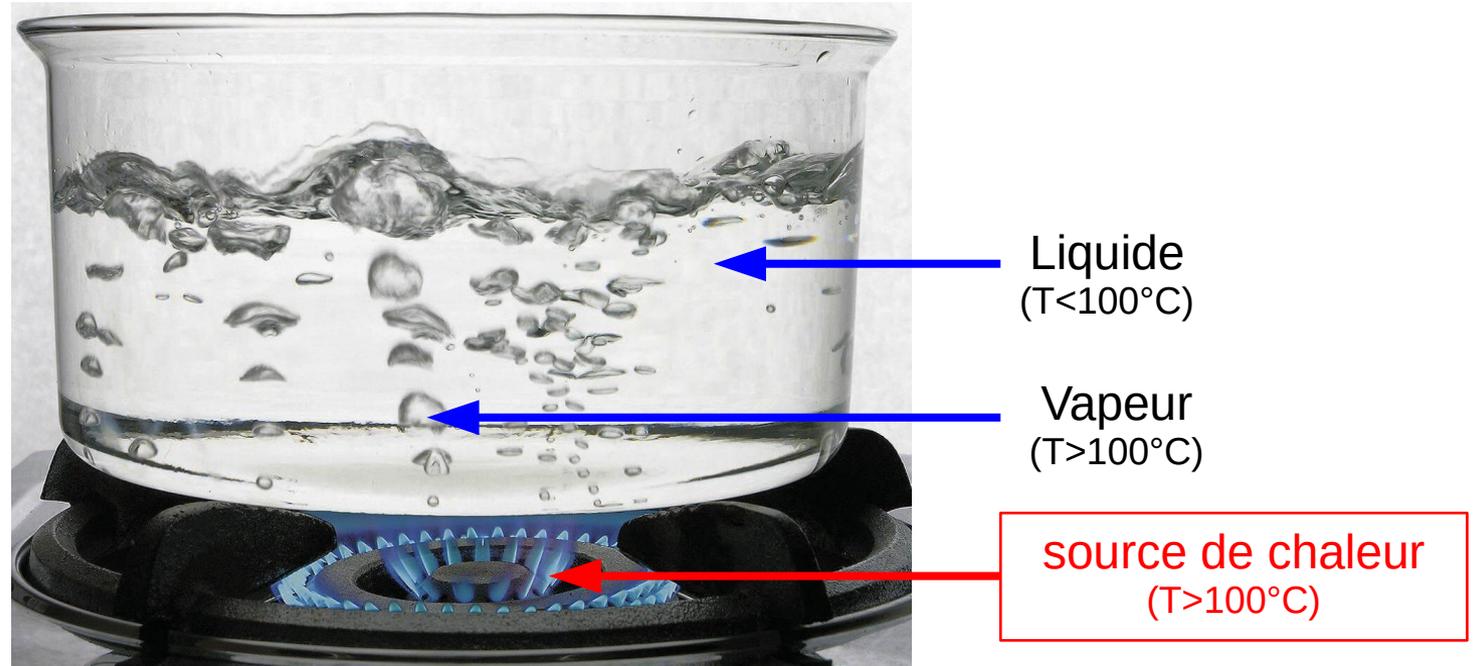
# Simulation numérique de l'ébullition sur maillages non structurés

**Giovanni Ghigliotti**



Travail de thèse de **Guillaume Sahut**,  
encadré par **Philippe Marty**, **Guillaume Balarac** et **G.G.**

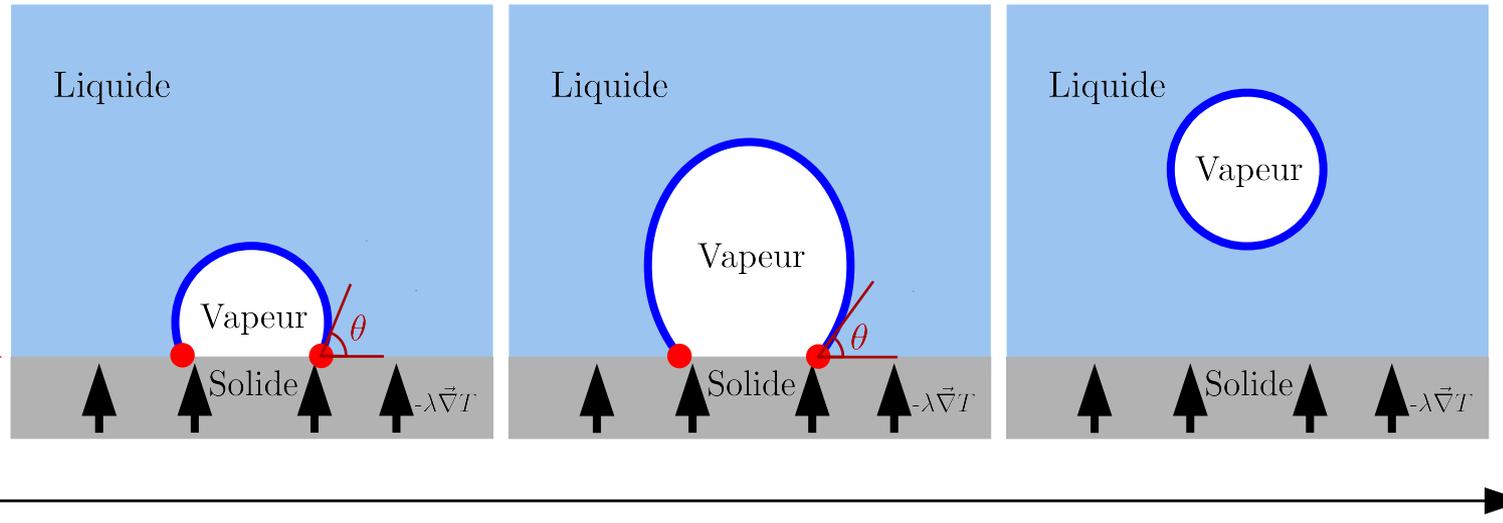
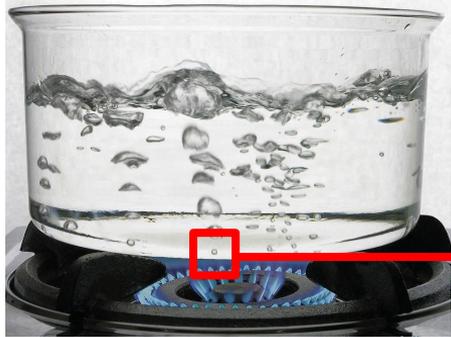
## L'ébullition au quotidien



le flux de chaleur induit la transformation du liquide en vapeur

**écoulement diphasique liquide-vapeur avec transfert de chaleur et de masse**

## L'ébullition au quotidien : ébullition nucléée

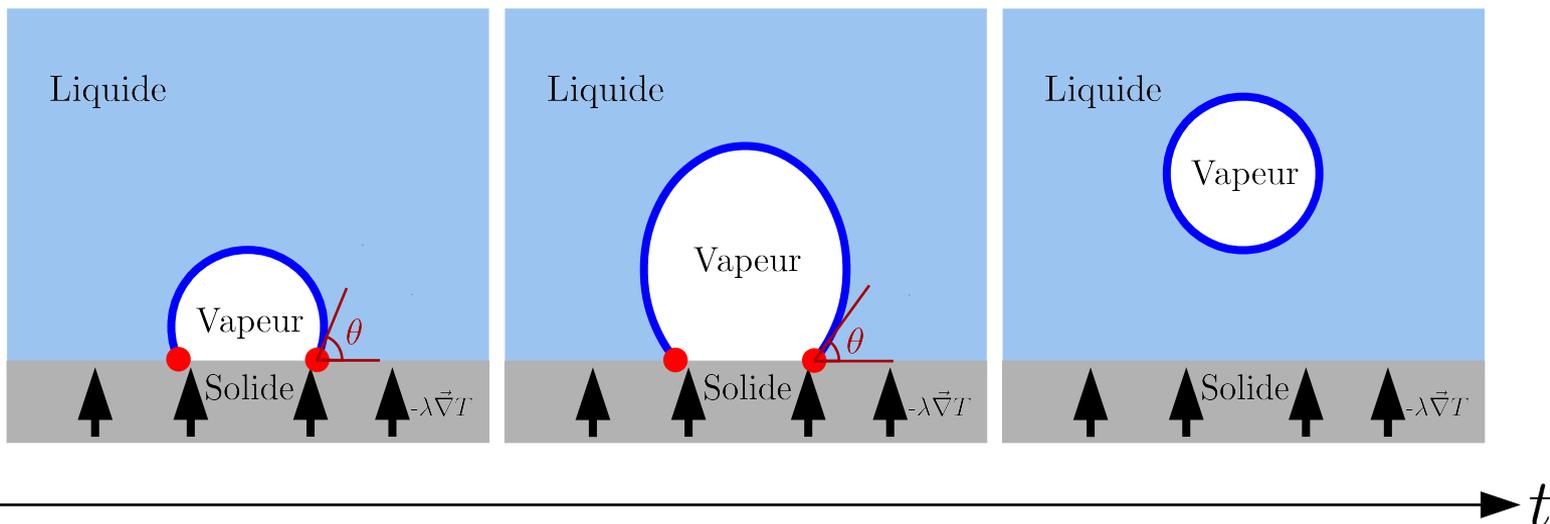
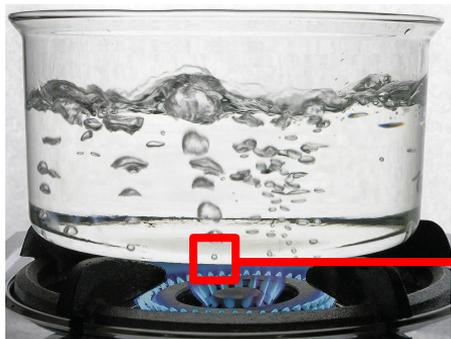


**Intérêt** : le changement de phase liquide-vapeur permet un transfert de chaleur efficace du solide vers le fluide grâce à la chaleur latente du fluide

**Nombreuses applications industrielles :**

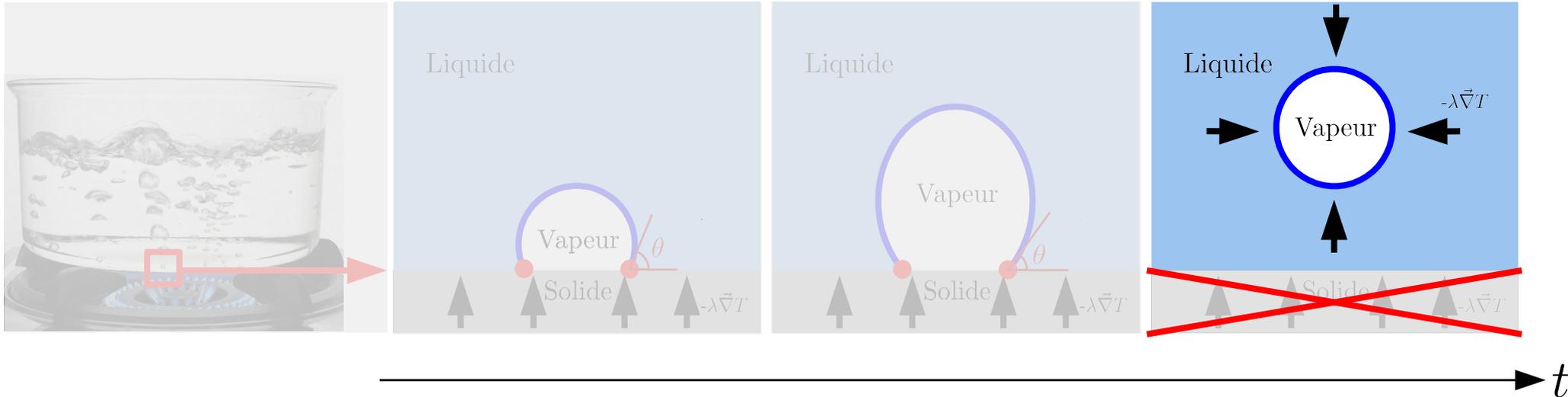
- cycle de vapeur des centrales thermiques et nucléaires
- refroidissement de composants électroniques
- condenseurs des machines réfrigérantes et pompes à chaleur...

## L'ébullition au quotidien : ébullition nucléée



**Objectif à terme :**  
simulation numérique de l'ébullition nucléée en géométries complexes

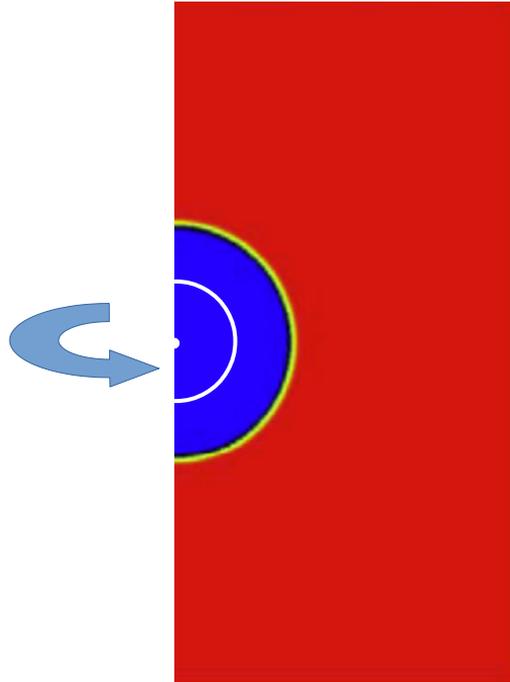
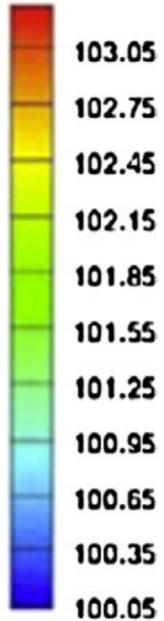
## Objectif de cette thèse

**Objectif à terme :**

simulation numérique de l'ébullition nucléée en géométries complexes

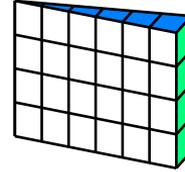
**Première étape :** simulation numérique de l'ébullition sur maillages non structurés sans contact avec la phase solide

Température [°C]

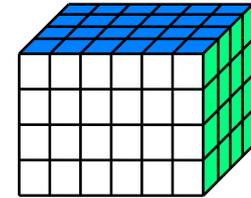


Tanguy *et al.*, Benchmarks and numerical methods for the simulation of boiling flows. *J. Comput. Phys.*, 264:1–22, 2014.

- 2014 : Tanguy *et al.*, *J. Comput. Phys.*



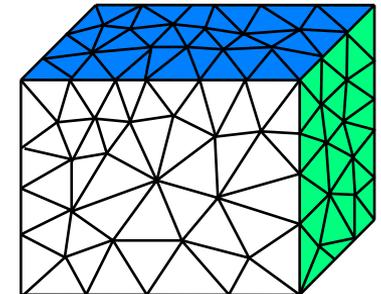
- 2019 : Palmore & Desjardins, *J. Comput. Phys.*  
Rajkotwala *et al.*, *Int. J. Multiph. Flow*



Défis :

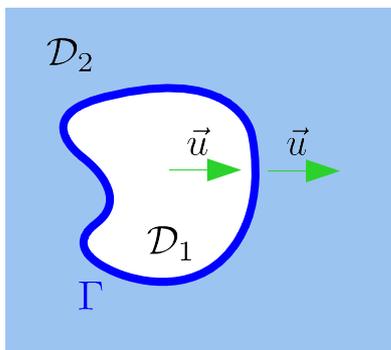
- identifier l'interface
- physique complexe à l'interface
- couplage avec la thermique

**Objectif :**  
**3D non structuré**



## Sans changement de phase

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = -\frac{\vec{\nabla}P}{\rho} + \frac{1}{\rho}\vec{\nabla} \cdot \bar{\bar{\tau}} + \vec{g}, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad \text{dans } \mathcal{D}_1 \text{ et } \mathcal{D}_2$$

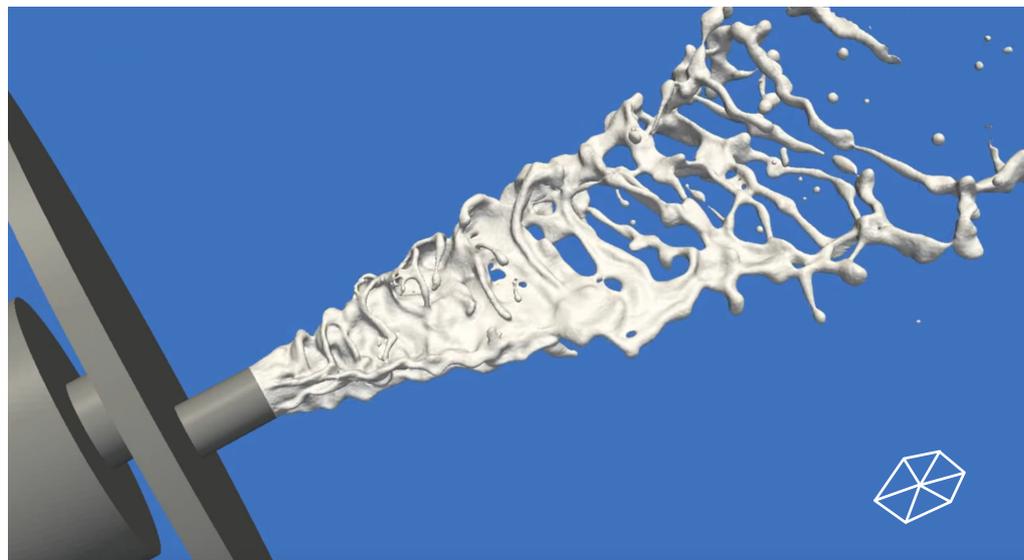


$$[\vec{u}]_{\Gamma} = \vec{0}$$

$$[P]_{\Gamma} = \sigma\kappa$$

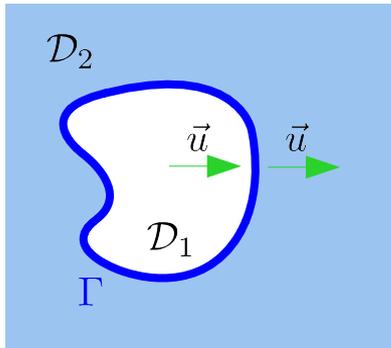
Code YALES2 (CORIA, LEGI...)

Y A L E S 2



Simulation d'atomisation (Grout *et al.*, 2007)

## Sans changement de phase



$$[\vec{u}]_{\Gamma} = \vec{0}$$

$$[P]_{\Gamma} = \sigma \kappa$$

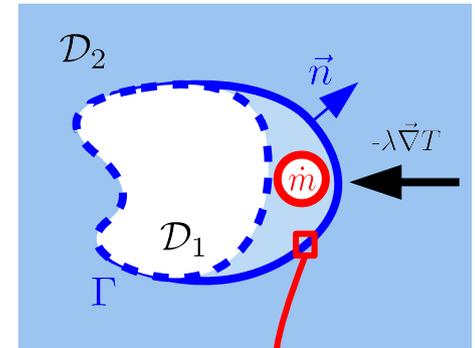
## Avec changement de phase

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = -\frac{\vec{\nabla}P}{\rho} + \frac{1}{\rho}\vec{\nabla} \cdot \bar{\tau} + \vec{g}, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad \text{dans } \mathcal{D}_1 \text{ et } \mathcal{D}_2$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla}T = \frac{1}{\rho c_p} \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla}T), \quad T_{\Gamma} = T_{\text{sat}}$$

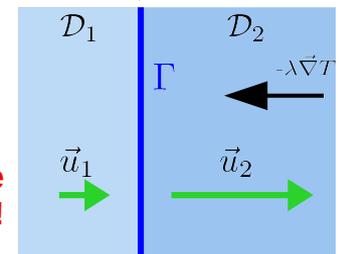
$$[\vec{u}]_{\Gamma} = \dot{m} \begin{bmatrix} 1 \\ -\rho \end{bmatrix}_{\Gamma} \vec{n}$$

$$[P]_{\Gamma} = \sigma \kappa - \dot{m}^2 \begin{bmatrix} 1 \\ -\rho \end{bmatrix}_{\Gamma}$$



$$\rho_1 \neq \rho_2$$

$\vec{u}$  discontinue  
à l'interface !

Taux de transfert de masse  $\dot{m}$ 

$-\lambda \vec{\nabla}T$  discontinu à l'interface :

$$\dot{m} = \frac{[-\lambda \vec{\nabla}T \cdot \vec{n}]_{\Gamma}}{L_v} \quad \text{kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$$

## Avec changement de phase

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = -\frac{\vec{\nabla}P}{\rho} + \frac{1}{\rho}\vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} + \vec{g}, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad \text{dans } \mathcal{D}_1 \text{ et } \mathcal{D}_2$$

## Défis :

- Suivi de l'interface
- Résolution de la thermique
- Calcul  $\vec{n}$  et  $\kappa$
- Calcul  $\dot{m}$
- Discontinuités  $[\vec{u}]_{\Gamma}$  et  $[P]_{\Gamma}$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla}T = \frac{1}{\rho c_p} \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla}T), \quad T_{\Gamma} = T_{\text{sat}}$$

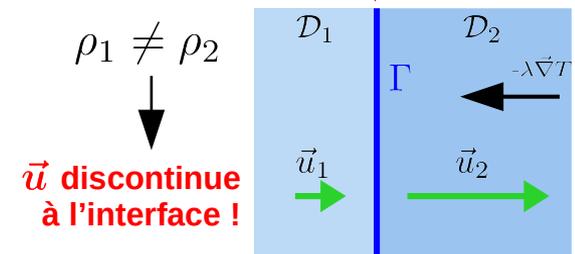
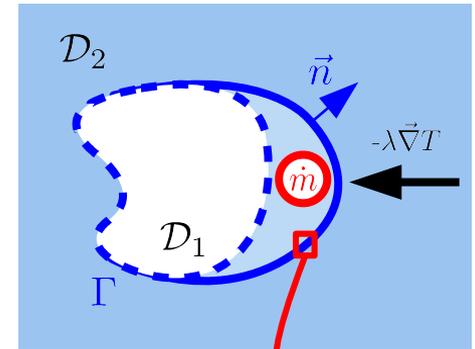
$$[\vec{u}]_{\Gamma} = \dot{m} \begin{bmatrix} 1 \\ -\rho \end{bmatrix}_{\Gamma} \vec{n}$$

$$[P]_{\Gamma} = \sigma \kappa - \dot{m}^2 \begin{bmatrix} 1 \\ -\rho \end{bmatrix}_{\Gamma}$$

Taux de transfert de masse  $\dot{m}$ 

$-\lambda \vec{\nabla}T$  discontinu à l'interface :

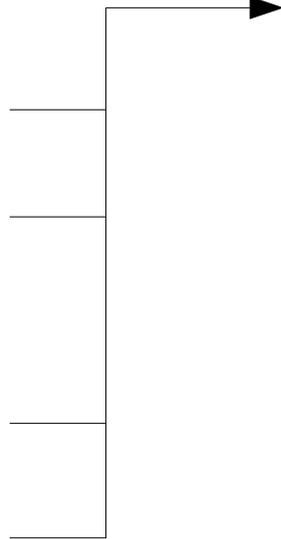
$$\dot{m} = \frac{[-\lambda \vec{\nabla}T \cdot \vec{n}]_{\Gamma}}{L_v} \quad \text{kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$$



## Sommaire

### Défis :

- Suivi de l'interface
- Résolution de la thermique
- Calcul  $\vec{n}$  et  $\kappa$
- Calcul  $\dot{m}$
- Discontinuités  $[\vec{u}]_{\Gamma}$  et  $[P]_{\Gamma}$



■ Implémentation 1D

■ Cas 2D/3D découplé de la thermique

■ Cas 2D/3D couplé à la thermique

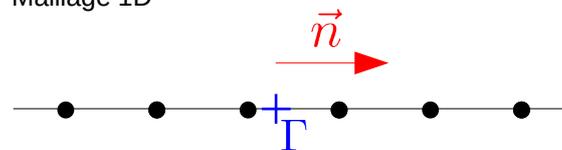
■ Conclusion et Perspectives

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \cancel{\phi} \end{array} \right.$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{\rho c_p} \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right), \quad T_\Gamma = T_{\text{sat}}$$

- L'interface est un point :
  - pas de courbure
  - $\dot{m}$ ,  $[u]_\Gamma$  et  $[P]_\Gamma$  quantités ponctuelles
- $\vec{n}$  alignée avec le maillage
  - $\vec{n} = \pm 1$

Maillage 1D



$$[u]_\Gamma = \pm \dot{m} \left[ \frac{1}{\rho} \right]_\Gamma \cancel{\vec{n}}$$

$$[P]_\Gamma = \cancel{\sigma \kappa} - \dot{m}^2 \left[ \frac{1}{\rho} \right]_\Gamma$$

$$\dot{m} = \pm \frac{1}{L_v} \left( -\lambda_{\text{liq}} \frac{\partial T_{\text{liq}}}{\partial x} + \lambda_{\text{vap}} \frac{\partial T_{\text{vap}}}{\partial x} \right) \cancel{\vec{n}}$$

## Objectif : suivre le déplacement de l'interface



Difficulté : interface définie en sous-maille

## Méthode Level Set

Fonction distance signée à l'interface  $\phi$   
définie aux **noeuds** du maillage

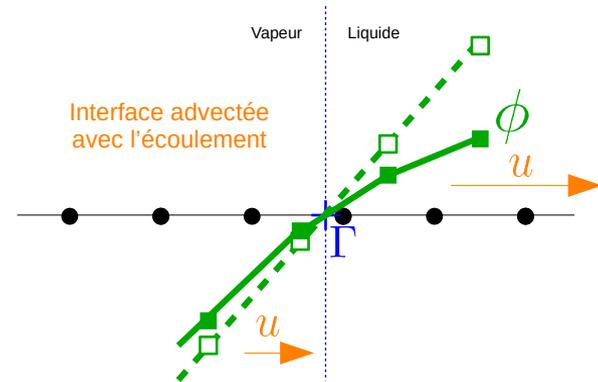
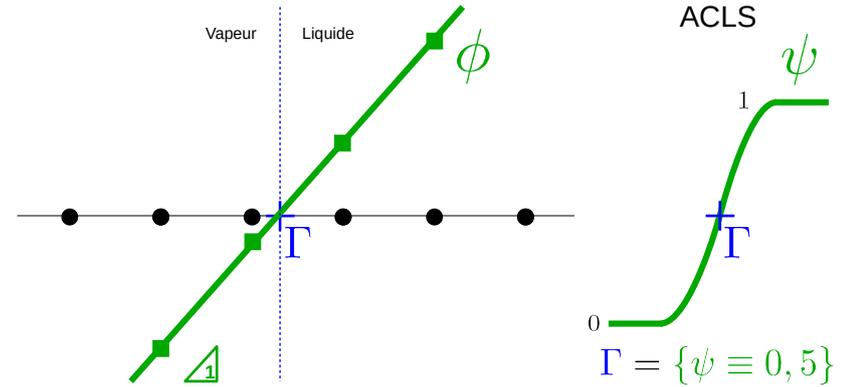
$$\Gamma = \{ \phi \equiv 0 \}$$

Sans changement de phase

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$$

Avec changement de phase

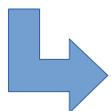
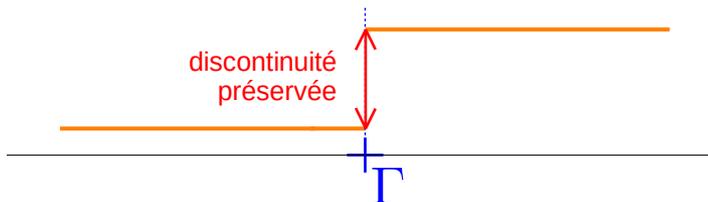
$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\dot{m}}{\rho}$$



➡ Etape de **redistanciation**  
reformer  $\phi$  tout en maintenant  $\Gamma$

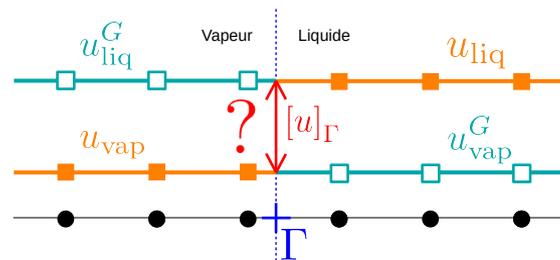
## Discontinuité de $u$ à l'interface

Prise en compte de la discontinuité à la position exacte de l'interface



### Méthode Ghost Fluid

Fedkiw et al., *J. Comput. Phys.*, 1999



Principe de la méthode Ghost Fluid :

### Formalisme à 2 vitesses :

$u_{\text{liq}}$  et  $u_{\text{vap}}$  définies dans tout le domaine

- extrapolation de  $u$  d'une phase à l'autre
  - ➔ valeurs physiques ■
  - ➔ valeurs « Ghost » □
- interpolations à l'interface pour calculer  $[u]_{\Gamma}$

## Condition de Dirichlet immergée

$$T_{\Gamma} = T_{\text{sat}}$$

dans résolution explicite éq. de la chaleur

On utilise **2 champs de température**  
pour stocker des valeurs Ghost

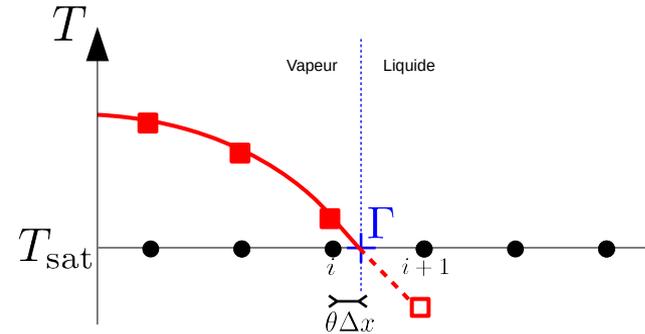
Extrapolation linéaire entre  $T_i$  et  $\Gamma$

$$T_{i+1}^G = T_i + \frac{T_{\text{sat}} - T_i}{\theta}$$



Si l'interface est trop proche d'un nœud,  
alors  $\theta \rightarrow 0$

Solution : seuil sur  $\theta$   
(Gibou et al., *J. Comput. Phys.*, 2002)



➡ permet le calcul de  $\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_i$ :

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_i = \frac{T_{\text{sat}} + (\theta - 1)T_i - \theta T_{i-1}}{2\theta\Delta x}$$

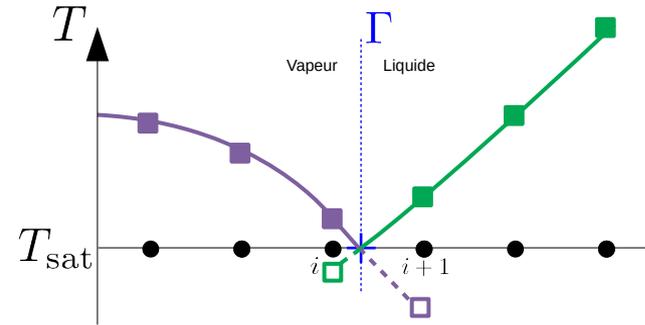
## Taux de transfert de masse $\dot{m}$

$$\dot{m} = \pm \frac{1}{L_v} \left( -\lambda_{\text{liq}} \left. \frac{\partial T_{\text{liq}}}{\partial x} \right|_{\Gamma} + \lambda_{\text{vap}} \left. \frac{\partial T_{\text{vap}}}{\partial x} \right|_{\Gamma} \right)$$

approximation discrète

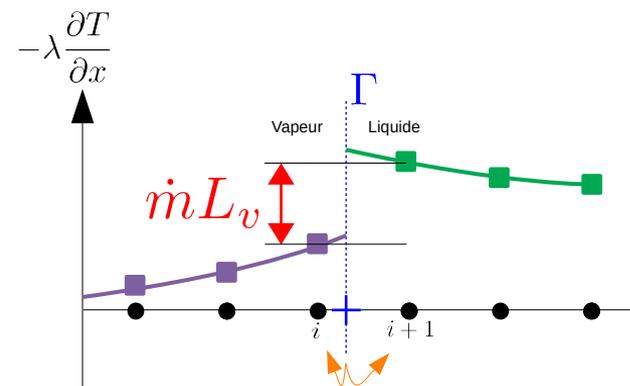
$$\dot{m} = \pm \frac{1}{L_v} \left( -\lambda_{\text{liq}} \left. \frac{\partial T_{\text{liq}}}{\partial x} \right|_{i+1} + \lambda_{\text{vap}} \left. \frac{\partial T_{\text{vap}}}{\partial x} \right|_i \right)$$

Dernière étape : **recopie** de  $\dot{m}$  aux nœuds

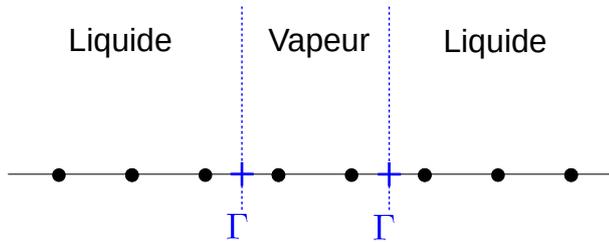


Températures

permet le calcul  
des gradients thermiques  
en  $i$  et  $i+1$

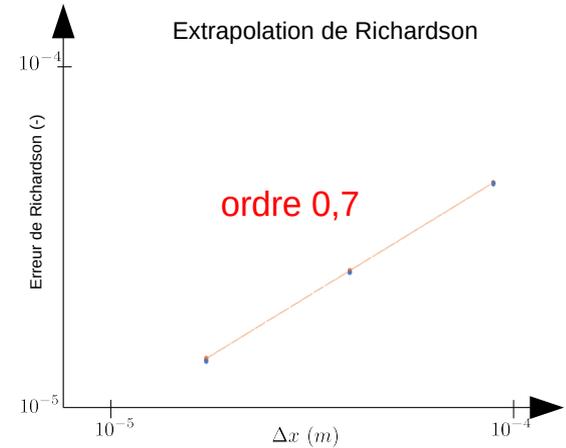
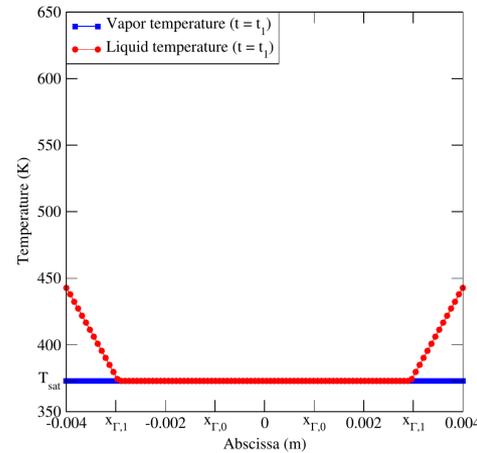
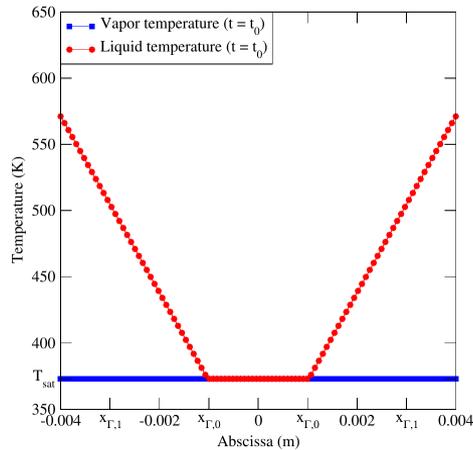
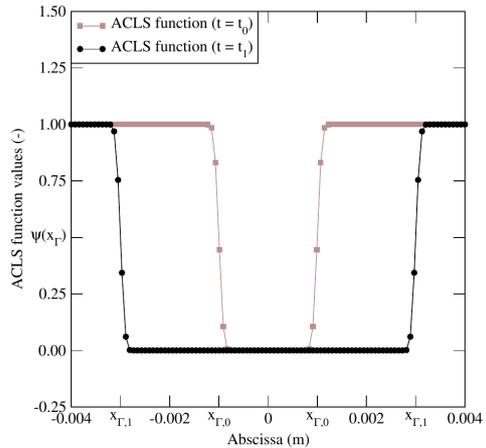


Flux  
thermiques



## Profil initial de température liquide

$$T_{liq}(x) = \begin{cases} T_{sat} + \frac{200}{L - R_0} (|x| - R_0) & \text{dans liquide} \\ T_{sat} & \text{dans vapeur} \end{cases}$$

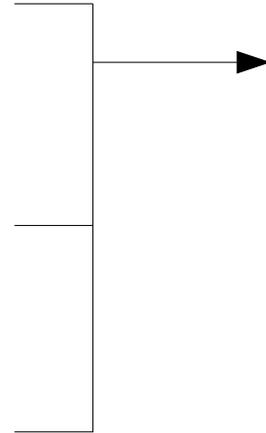


## Simulation d'ébullition concluante à une dimension

## Sommaire

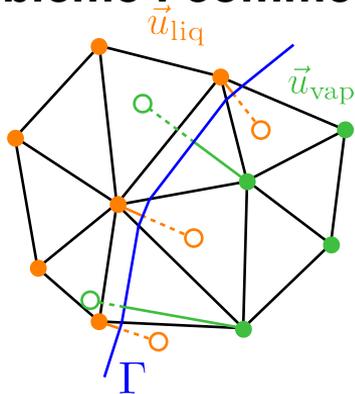
### Défis :

- Suivi de l'interface
- Résolution de la thermique
- Calcul  $\vec{n}$  et  $\kappa$
- Calcul  $\dot{m}$
- Discontinuités  $[\vec{u}]_{\Gamma}$  et  $[P]_{\Gamma}$



- Implémentation 1D
- Cas 2D/3D découplé de la thermique
- Cas 2D/3D couplé à la thermique
- Conclusion et Perspectives

# Problème : comment calculer les discontinuités à l'interface ?



Discontinuités  $[\vec{u}]_\Gamma$  et  $[P]_\Gamma$



extrapolations obligatoires  
aux **nœuds** non alignés avec  $\vec{n}$

## Méthode d'extrapolation d'Aslam

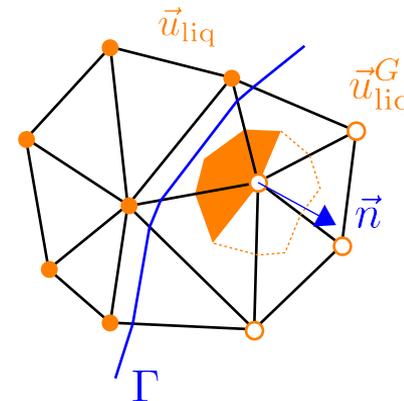
Extrapolation constante dans la direction  $\vec{n}$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} \pm \vec{n} \cdot \vec{\nabla} u = 0$$

uniquement dans  
la phase Ghost



**Schéma décentré amont  
pour propager l'information**

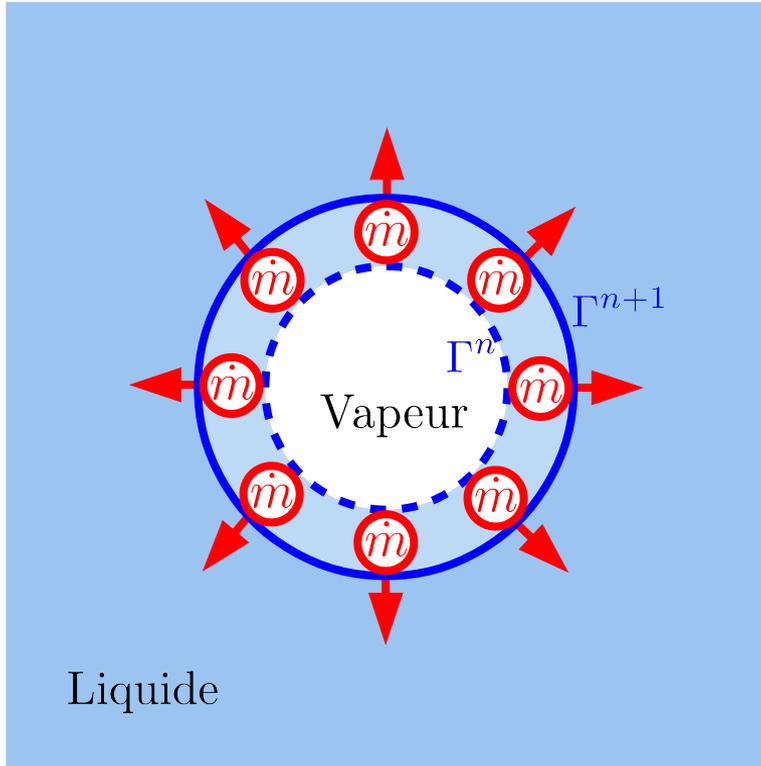


L'information  
est propagée  
de la phase  
liquide à la  
phase vapeur

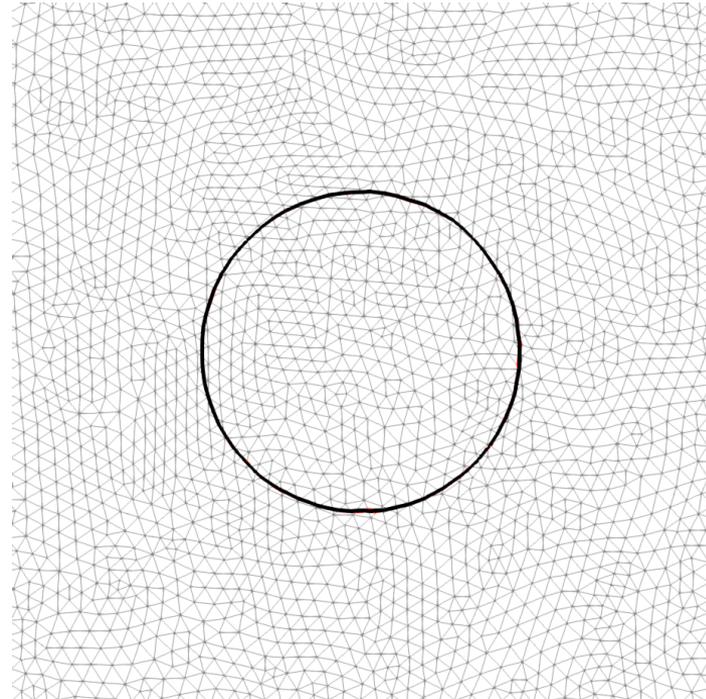
Aslam, T. D., A partial differential equation approach to multidimensional extrapolation. *J. Comput. Phys.*, 193(1):349 – 355, 2004.

## Croissance de bulle 2D

$$\dot{m} = 0,1 \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$$



20 nœuds par direction dans la bulle initiale



$\phi$  imprécise proche interface

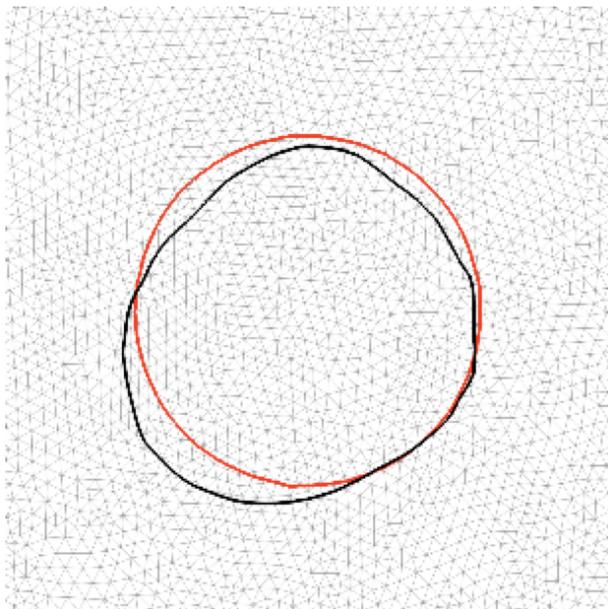
$\vec{n}$  imprécise proche interface

**Divergence de la simulation !**

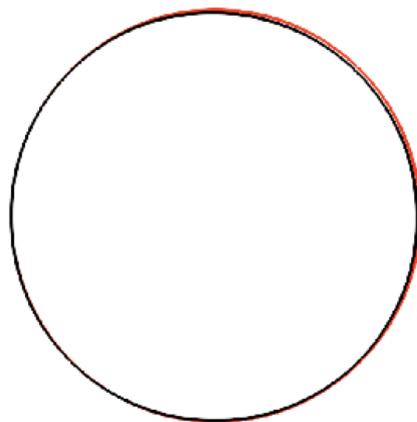
# Croissance de bulle : amélioration du calcul de la distance (« réinitialisation » de la Level Set)

$$\dot{m} = 0,1 \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$$

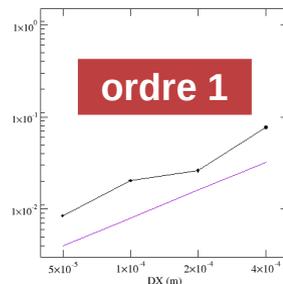
Méthode initiale



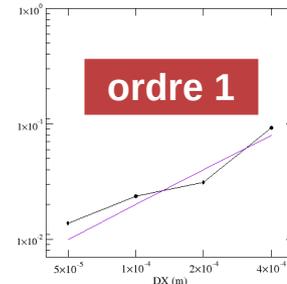
Méthode géométrique



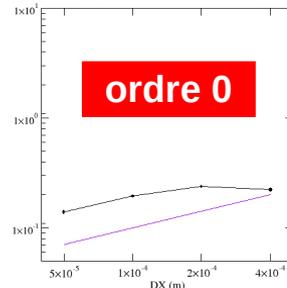
Erreur  $L^\infty$  sur le rayon  
à l'instant final



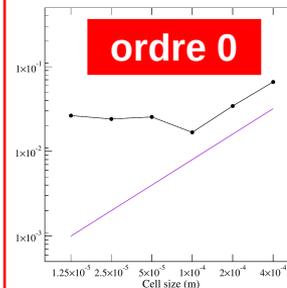
Erreur  $L^\infty$  sur la normale  
à l'instant final



Erreur  $L^\infty$  sur la courbure  
à l'instant final



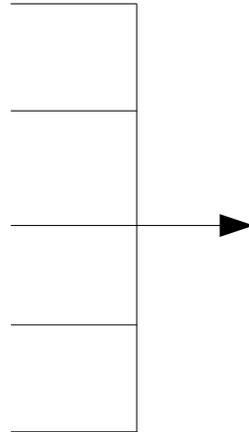
Erreur  $L^\infty$  sur la courbure  
à l'instant initial



## Sommaire

### Défis :

- Suivi de l'interface
- Résolution de la thermique
- Calcul  $\vec{n}$  et  $\kappa$
- Calcul  $\dot{m}$
- Discontinuités  $[\vec{u}]_{\Gamma}$  et  $[P]_{\Gamma}$



■ Implémentation 1D

■ Cas 2D/3D découplé de la thermique

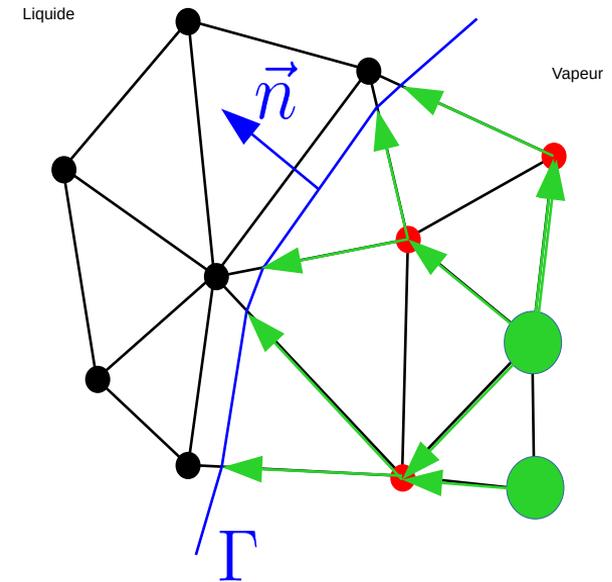
■ Cas 2D/3D couplé à la thermique

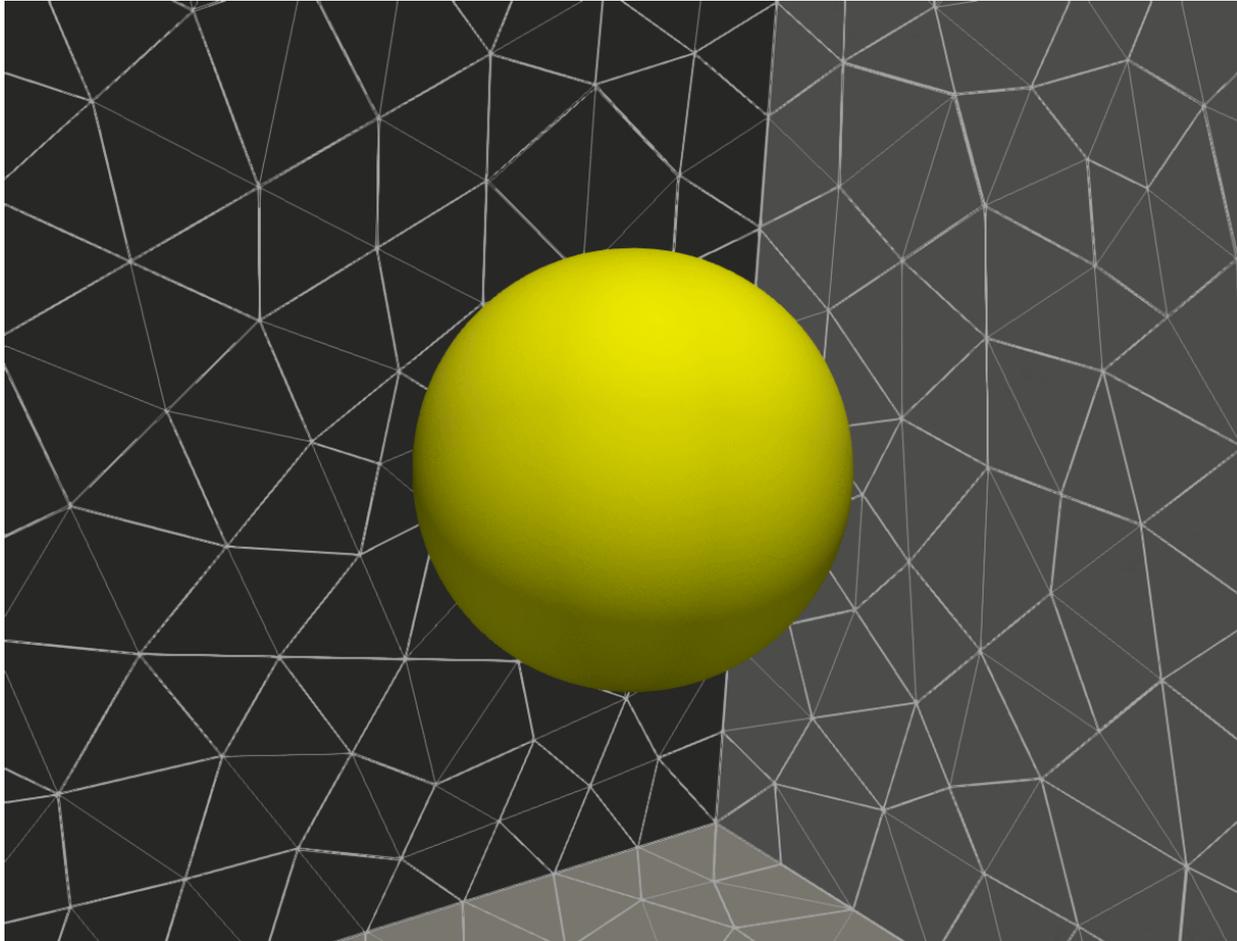
■ Conclusion et Perspectives

Pour augmenter la précision : **déconvolution d'ordre élevé** en maillage non-structuré  
(Bernard *et al.*, 2019)

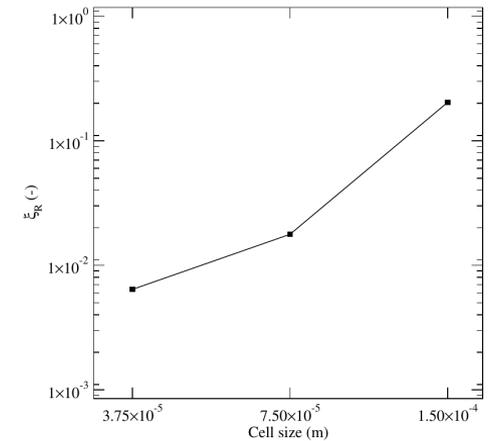
Utilisation de la méthode pour calcul de  $\dot{m}$  :

- 1) Calcul des gradients thermiques (à l'ordre 2) aux nœuds ●
- 2) Extrapolation d'ordre 2, jusqu'à l'interface (intersection avec les paires)
- 3) Calcul du taux de transfert de masse à l'interface
- 4) Extrapolation du taux de transfert de masse sur les nœuds proche interface



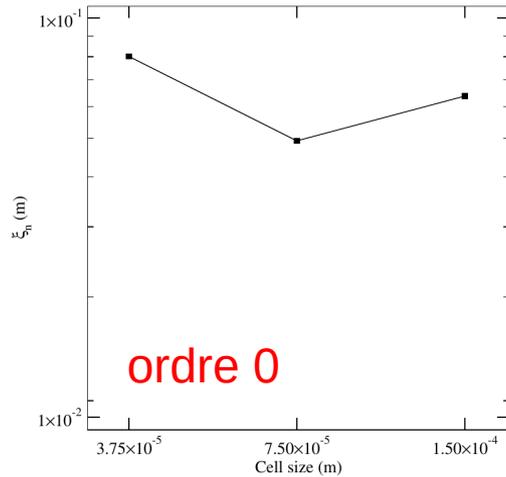


## Convergence $L^\infty$ en maillages du rayon final

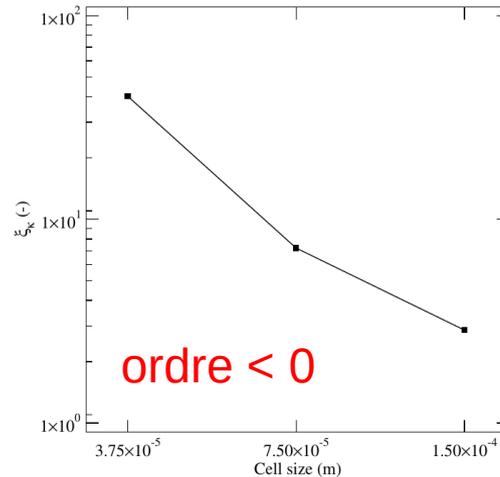


Simulation complète d'ébullition  
en 3D sur maillage non structuré  
avec convergence  $L^\infty$  du rayon

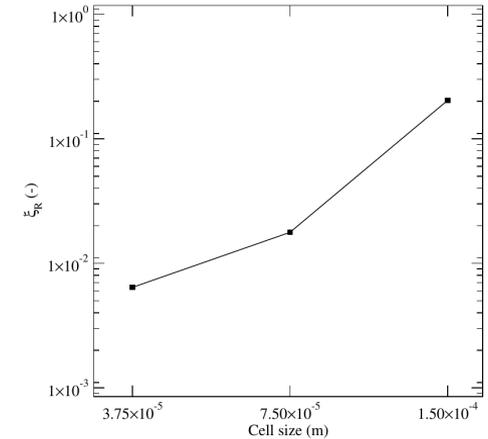
Normale



Courbure



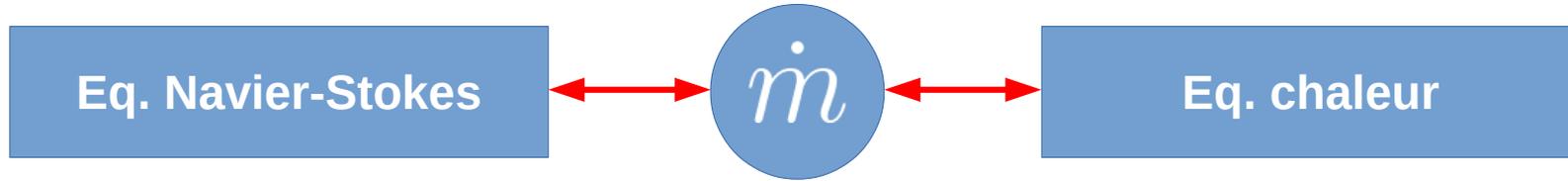
Convergence  $L^\infty$  en  
maillages du rayon final



Simulation complète d'ébullition  
en 3D sur maillage non structuré  
avec convergence  $L^\infty$  du rayon

# Conclusion

Développement d'une méthode numérique convergente pour la simulation de l'ébullition sur maillages 3D non structurés



Thèse de **Guillaume Sahut**

# Perspectives

- améliorer la convergence de la normale et de la courbure de l'interface

- Ébullition nucléée

